

Epreuve de Physique-Chimie

Durée 3 h 30

Exercice 1 (9,5 points) Une équation au service des Sciences Physiques

L'équation différentielle  $\frac{dx}{dt} + \alpha x = \beta$  (1), ( $\alpha$  et  $\beta$  étant des grandeurs constantes), permet de décrire

un grand nombre de phénomènes physiques variables au cours du temps : intensité, tension, vitesse, grandeur radioactive.

On rappelle que mathématiquement cette équation admet en particulier 2 solutions :

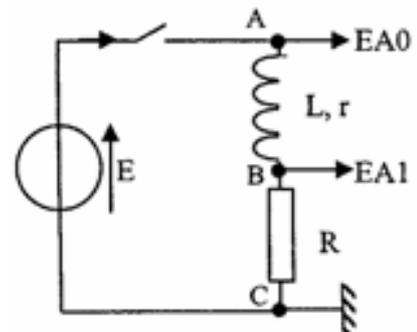
$x(t) = \frac{\beta}{\alpha} \cdot (1 - e^{-\alpha t})$  si  $\beta \neq 0$  (2) et  $x(t) = X_0 \cdot e^{-\alpha t}$  si  $\beta = 0$  avec  $X_0$  grandeur constante.

PARTIE A : dans le domaine des systèmes électriques

Cette première partie tend à montrer la validité du modèle pour un circuit électrique mettant en jeu une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r = 11,8 \Omega$ , (donc non négligeable), et un conducteur ohmique de résistance  $R = 12 \Omega$ , alimenté par un générateur délivrant une tension continue  $E = 6,1 \text{ V}$ .

On réalise expérimentalement le circuit électrique ci-contre. L'évolution des grandeurs variables, tension  $u(t)$  et intensité  $i(t)$ , est obtenue par voie informatique.

- La voie EA0 permet de visualiser la tension  $E$ .
- La voie EA1 permet de visualiser la tension  $U_{BC}$ .



1. Étude expérimentale

La courbe expérimentale donnant l'évolution de l'intensité  $i(t)$ , obtenue par traitement informatique est donnée en ANNEXE n°1, graphique 1.

- (a) Évaluer graphiquement la durée du régime transitoire. Aucune justification n'est demandée.
- (b)  $\tau$  étant la constante de temps associée au dipôle {bobine-conducteur ohmique} :
  - 1) Donner l'expression littérale de  $\tau$  en fonction des paramètres du circuit.
  - 2) En déduire l'expression de l'inductance de la bobine et calculer sa valeur (elle doit être comprise entre 0,95 H et 1,20 H).

2. Modèle théorique

- (a) En utilisant la loi d'additivité des tensions et en respectant l'orientation du circuit, établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité  $i(t)$ .
- (b) Par identification avec l'équation (1) vérifier que  $\alpha = \frac{R + r}{L}$  et donner l'expression de  $\beta$ .
- (c) En déduire l'équation horaire littérale  $i(t)$  en fonction de  $\{r, R, L$  et  $E\}$ . Montrer que cette solution valide bien l'équation établie en 2. (a).

(d) Montrer que cette équation horaire peut s'écrire  $i(t) = \frac{E}{R + r} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ .

3. Confrontation des résultats expérimentaux avec le modèle théorique.

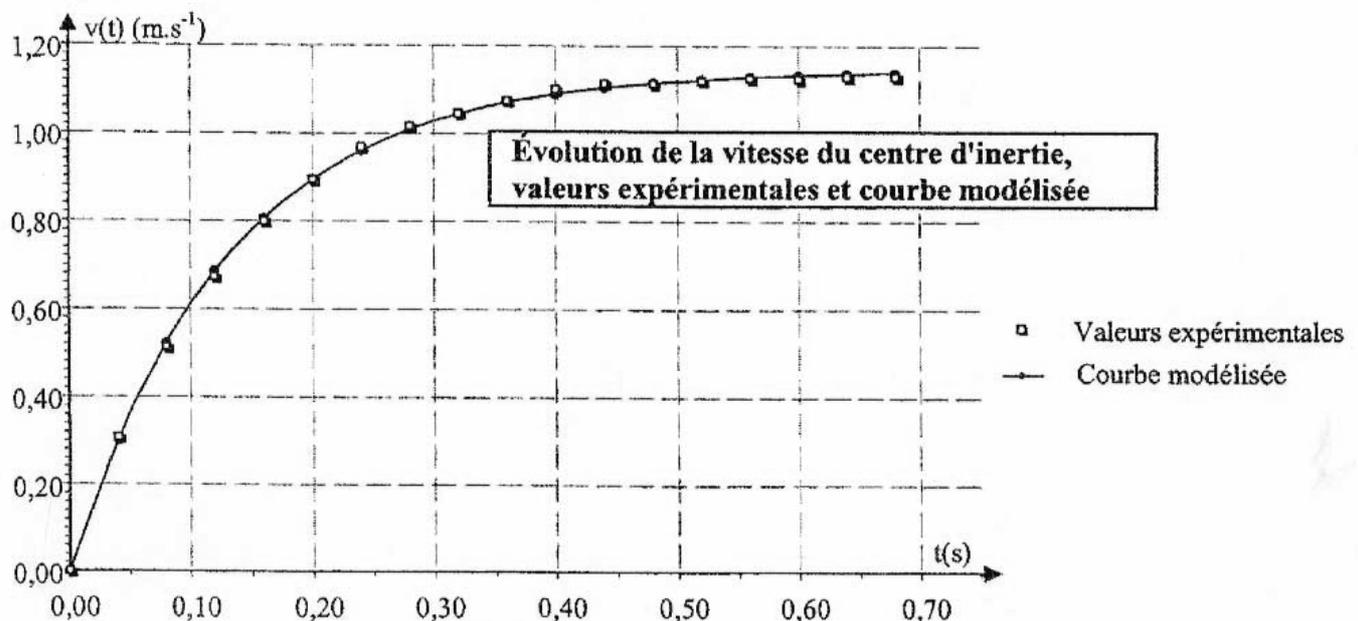
On rappelle que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$  et  $e^0 = 1$ .

- (a) On appellera  $I$  l'intensité en régime permanent (l'intensité étant constante). Donner l'expression littérale de  $I$ . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec la valeur expérimentale obtenue ?
- (b) Donner l'expression littérale de  $i(t)$  à la date  $t = \tau$  en fonction de  $I$ . Calculer sa valeur. Est-elle en accord avec l'expérience ?

PARTIE B : dans le domaine mécanique

L'étude de la chute d'une bille d'acier, de masse  $m$ , dans un fluide de masse volumique  $\rho_{\text{fluide}}$  a été exploitée grâce à un logiciel.

Les capacités du logiciel permettent ensuite de faire tracer l'évolution de la vitesse du centre d'inertie en fonction du temps. Les deux courbes, expérimentale et modélisée, sont proposées ci-dessous, mais ne donnent lieu à aucune exploitation.



1. Exploitation de l'équation  $v(t)$  modélisée

L'équation mathématique associée à la courbe modélisée, vérifie  $v(t) = 1,14 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{0,132}}\right)$  (3), avec

$v(t)$  en  $m.s^{-1}$  et  $t$  en  $s$ . Cette équation est identifiable à l'équation (2).

- (a) Déterminer la valeur de  $\alpha$  et du rapport  $\frac{\beta}{\alpha}$ . Donner, sans justification, l'unité du rapport  $\frac{\beta}{\alpha}$ .
- (b) Montrer que l'équation différentielle ayant l'équation (3) pour solution vérifie l'écriture numérique  $\frac{dv}{dt} + 7,58v = 8,64$ .

2. Étude du phénomène physique

- (a) Faire l'inventaire des forces appliquées à la bille. Les représenter sur un schéma, en sens et direction appliquée au centre d'inertie  $G$  de la bille.
- (b) Appliquer au système bille la seconde loi de Newton.

3. Exploitation de la modélisation

La bille ayant servi à réaliser l'étude est une bille d'acier de masse  $m = 32 \text{ g}$  et de volume  $V$ . L'accélération de la pesanteur est  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

Les forces de frottement qui s'appliquent à la bille ont pour expression  $\vec{f} = -k\vec{v}$ .

(a) En utilisant un axe vertical orienté vers le bas, montrer que l'équation différentielle relative à la

grandeur variable  $v(t)$  vérifie 
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \left(1 - \frac{\rho_{\text{fluide}} \cdot V}{m}\right)g.$$

(b) En déduire l'expression littérale des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  de l'équation (1).

(c) Quelle serait la valeur du coefficient  $\beta$  si la poussée d'Archimède était nulle ? En utilisant l'équation établie en 1. (b), justifier que cette force doit être prise en compte.

**PARTIE C : dans le domaine de la radioactivité**

Les traceurs radioactifs sont des radio-isotopes très utilisés en imagerie médicale pour l'exploration des organes.

Des dispositifs adaptés transforment en image les mesures d'activité enregistrées.

Le  $^{11}\text{C}$  est un traceur radioactif utilisé pour suivre en particulier l'évolution de la maladie de Parkinson.

Le traceur radioactif se fixe sur le cerveau. L'activité moyenne résiduelle évolue au cours du temps selon la loi  $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$  (4).

1. L'évolution de l'activité d'un échantillon de  $^{11}\text{C}$  est donnée sur le **graphique 2** de l'ANNEXE 1. On va utiliser ce graphique pour atteindre les grandeurs radioactives caractéristiques du  $^{11}\text{C}$ .

(a) Montrer par analyse dimensionnelle que  $\lambda$  (constante radioactive), est identifiable à l'inverse d'un temps.

(b) Rappeler la relation liant  $\lambda$  à la constante de temps  $\tau$  du radio isotope. Exprimer la loi d'évolution  $A(t)$  en fonction de  $\tau$ .

(c) Évaluer graphiquement la valeur de la constante de temps  $\tau$  et en déduire la valeur de  $\lambda$ .  
On prendra par la suite  $\lambda = 3,40 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$ .

(d) Définir le temps de demi-vie  $t_{1/2}$ , le déterminer graphiquement.

2.  $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$  étant solution de l'équation différentielle  $\frac{dA}{dt} + \lambda \cdot A(t) = 0$ , on se propose d'utiliser la méthode itérative d'Euler pour résoudre cette équation.

On rappelle que pour une grandeur variable  $x(t)$ , la méthode d'Euler permet d'écrire :

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \frac{dx}{dt} \cdot \Delta t.$$

Exploiter cette équation pour établir la relation liant  $A(t+\Delta t)$ ,  $A(t)$ ,  $\lambda$  et  $\Delta t$ .

3. L'activité initiale de la dose injectée au patient est  $A_0 = A(t_0) = 3,00 \cdot 10^8 \text{ Bq}$ .

La méthode d'Euler impose de se fixer un pas  $\Delta t$  pour effectuer les calculs.

(a) Justifier que la valeur  $\Delta t = 15 \text{ min}$  n'est pas correctement adaptée à l'étude.

(b) On choisit de faire les calculs avec un pas  $\Delta t = 5 \text{ min}$ . Recopier et compléter le tableau ci-dessous mettant en parallèle les résultats obtenus avec la méthode d'Euler et ceux obtenus à partir de l'équation théorique (4).

Date (min)	A Euler (Bq)	A théorique (Bq)
0	$3,00 \cdot 10^8$	$3,00 \cdot 10^8$
5		$2,53 \cdot 10^8$
10	$2,07 \cdot 10^8$	
15	$1,72 \cdot 10^8$	$1,80 \cdot 10^8$

(c) On considérera que le choix de  $\Delta t$  est pertinent si l'écart relatif entre  $A_{\text{Euler}}$  et  $A_{\text{théorique}}$  est inférieur à 5%. La valeur proposée pour  $\Delta t$  vous semble-t-elle correctement adaptée ?

**Exercice 2 (2,5 points) La pile à combustible**

Le principe des piles à combustible a été découvert par l'électrochimiste William Grove en 1839, mais leur utilisation réelle ne date que des années 1960, à l'occasion des programmes spatiaux de la NASA. Ces piles alimentaient en électricité les ordinateurs de bord des vaisseaux Gemini et Appolo et fournissaient l'eau de consommation.

En effet, par comparaison aux piles salines et alcalines, les piles à combustible, type hydrogène-oxygène, présentent deux avantages: faire appel à des réactifs (dioxygène de l'air et dihydrogène) disponibles en grande quantité et être non polluantes car libérant de l'eau.

Le principe de fonctionnement est simple: la cellule de réaction est composée de deux électrodes séparées par un électrolyte (exemple: l'acide phosphorique  $H_3PO_4$ ). Elle est alimentée en dihydrogène et en dioxygène en continu.

Le fonctionnement de la pile repose sur une réaction d'oxydoréduction au niveau des électrodes.

*Données :*

Masses molaires atomiques :  $M(H) = 1,0 \text{ g.mol}^{-1}$  ;  $M(O) = 16,0 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Charge électrique élémentaire :  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

Faraday :  $1 \text{ F} = 96500 \text{ C.mol}^{-1}$ .

1. *Schéma de la pile à combustible*

(a) Quelle est la nature des porteurs de charges à l'extérieur de la pile?

(b) Légender le schéma de la pile (voir ANNEXE 2) en indiquant le sens conventionnel de circulation du courant électrique  $I$  et le sens de circulation des porteurs de charges, à l'extérieur de la pile (en ajoutant des flèches bien orientées).

2. Les couples d'oxydoréduction mis en jeu dans la réaction sont :  $H^+(aq) / H_2(g)$  et  $O_2(g) / H_2O(l)$

(a) Écrire les demi-équations électroniques pour chaque couple mis en jeu, quand la pile débite.

(b) En déduire l'équation de la réaction modélisant la transformation ayant lieu dans la cellule de réaction.

3. Le réactif qui est réduit est appelé le "combustible" de la pile.

(a) Parmi les espèces chimiques présentes dans les couples, laquelle constitue le combustible? Justifier la réponse en définissant la réaction de réduction.

(b) Préciser le nom de l'électrode où se produit la réduction. Cette électrode est-elle le pôle positif ou négatif de la pile ?

4. Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

(a) Calculer la quantité de matière de dihydrogène  $n(H_2)$  correspondant à cette masse, puis le volume de dihydrogène  $V(H_2)$  en mètre-cube ( $m^3$ ), dans les conditions où le volume molaire  $V_m$  est égal à  $24 \text{ L.mol}^{-1}$ .

(b) Justifier le fait que les piles à combustible ne soient pas encore utilisées dans les voitures, en utilisant la réponse à la question 4. (a).

(c) Rappelons la loi des gaz parfaits :  $P.V = n.R.T$  avec :

$P$  (pression du gaz) ;  $V$  (volume du gaz) ;  $n$  (quantité de matière de gaz) ;  $R$  (constante des gaz parfaits) ;  $T$  (température du gaz).

Proposer un moyen de réduire l'espace occupé par ce gaz, à température ambiante, pour la quantité de matière  $n$  de gaz calculée précédemment. Justifier la réponse à l'aide de la loi précédente.

5. Dans la navette spatiale, les piles à combustibles débitent un courant d'intensité  $I = 200 \text{ A}$ .

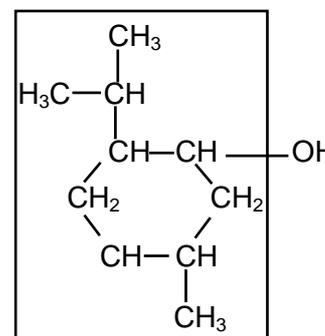
(a) Calculer la charge électrique  $Q$  libérée en 24 heures.

- (b) En déduire la quantité de matière  $n_F$  des porteurs de charge, ayant circulé dans le circuit de la navette, pendant 24 heures et la quantité de matière  $n(H_2)$  de dihydrogène consommée.

### Exercice 3 (4 points) La menthe poivrée

La menthe poivrée, calmante (maux de tête, coups de soleil) mais aussi stimulante, digestive, antispasmodique et antiseptique est bien connue pour ses bienfaits depuis des siècles.

Utilisée en parfumerie, son huile essentielle contient un ester très odorant: l'éthanoate de menthyle que l'on peut synthétiser en laboratoire, à partir de menthol et d'un acide carboxylique.



#### 1. Préliminaires

Le menthol a pour formule semi-développée :

Dans la suite de l'exercice, on le notera pour simplifier  $R-OH$  R est le groupement encadré ci-dessus.

- À quelle famille chimique appartient le menthol ?
- Donner le nom et la formule semi-développée de l'acide carboxylique qui, par réaction avec le menthol, permet de synthétiser l'éthanoate de menthyle.
- À l'aide des formules semi-développées (simplifiée pour le menthol), écrire l'équation de la réaction de synthèse de l'ester.
- On mélange à l'instant initial 0,10 mol d'acide carboxylique précédent et 0,10 mol de menthol. Donner l'expression du quotient de réaction  $Q_r$  et calculer sa valeur à l'instant initial.
- La constante d'équilibre  $K$  associée à cette réaction est égale à 2,3 à 70°C. Quel est le sens d'évolution spontanée du système ?

#### 2. Synthèse de l'éthanoate de menthyle

Protocole expérimental de l'expérience n°1:

Afin de synthétiser l'éthanoate de menthyle, on introduit dans un erlenmeyer maintenu dans la glace :

- 0,10 mol d'acide carboxylique précédent
- 0,10 mol de menthol
- quelques gouttes d'acide sulfurique concentré

On répartit de façon égale le mélange dans 10 tubes à essais que l'on surmonte d'un réfrigérant à air.

On plonge simultanément les 10 tubes dans un bain marie thermostaté à 70°C et on déclenche le chronomètre.

À intervalles de temps réguliers, on place un tube à essai dans un bain d'eau glacée et on dose l'acide restant par une solution d'hydroxyde de sodium ( $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ ) en présence d'un indicateur coloré approprié.

Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe d'évolution de la quantité de matière d'ester formée en fonction du temps ( $n_{\text{ester formé}} = f(t)$ ) donnée en ANNEXE 3 graphique A :

- Pourquoi faut-il placer les tubes à essais dans la glace avant titrage ? Justifier votre réponse.
- Écrire, à l'aide des formules semi-développées, l'équation de la réaction associée au titrage de l'acide carboxylique par la solution d'hydroxyde de sodium.

#### 3. Exploitation des résultats

- Compléter le tableau d'avancement associé à la réaction écrite en 1.3 proposé en ANNEXE 3 et déterminer  $x_{\text{max}}$ .
- À l'aide de la courbe précédente, calculer le rendement de la réaction. Conclure.
- Exprimer le quotient de réaction à l'équilibre en fonction de l'avancement final  $x_f$  et des quantités de matière initiales.

- (d) À l'aide de la valeur de  $x_f$  expérimental déterminer la valeur de la constante d'équilibre  $K$ . Est-elle cohérente avec celle fournie dans la partie 1 ?
- (e) Comment évaluer graphiquement la vitesse de la réaction ?
- (f) Comparer les vitesses  $v_1$  (à  $t = t_1$ ) et  $v_2$  (à  $t = t_2$ ) et justifier l'évolution de la valeur de la vitesse de la réaction au cours du temps.

4. Influence des conditions expérimentales

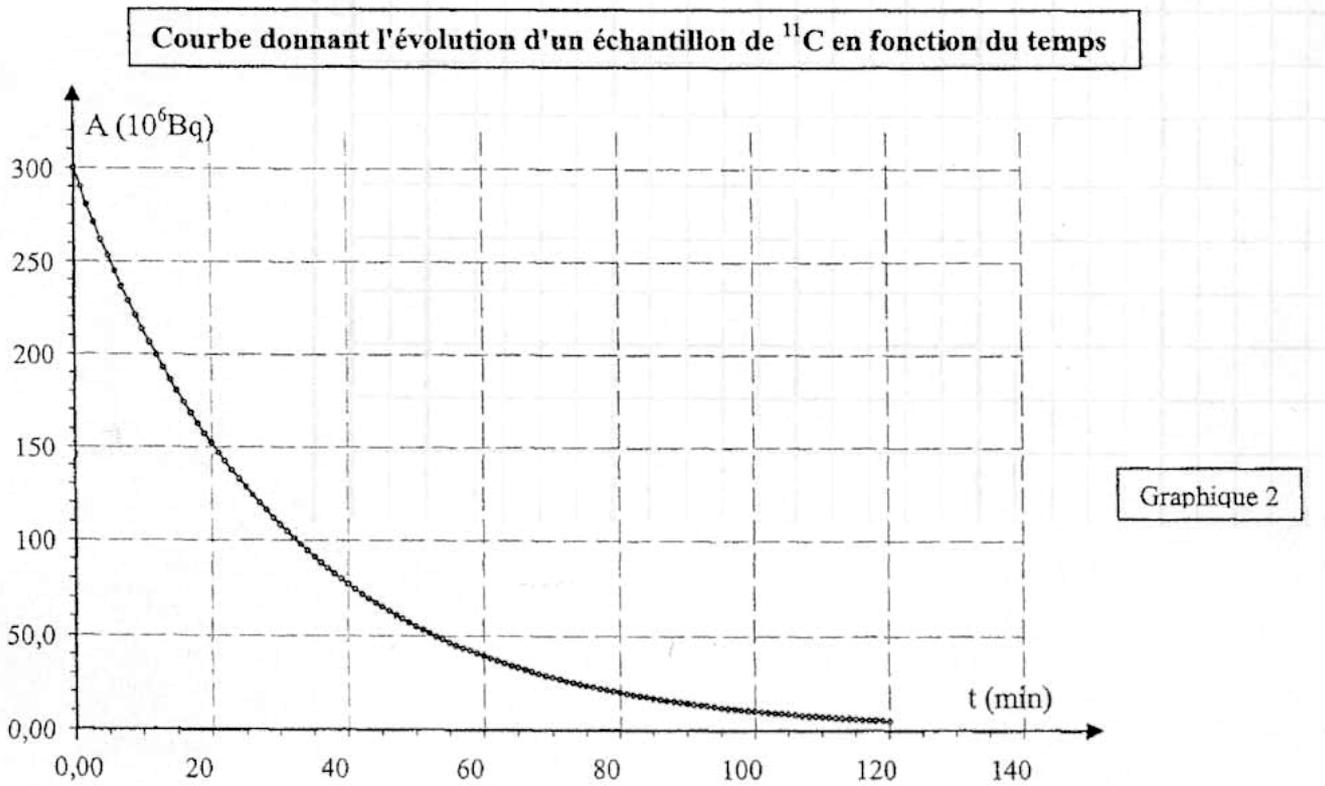
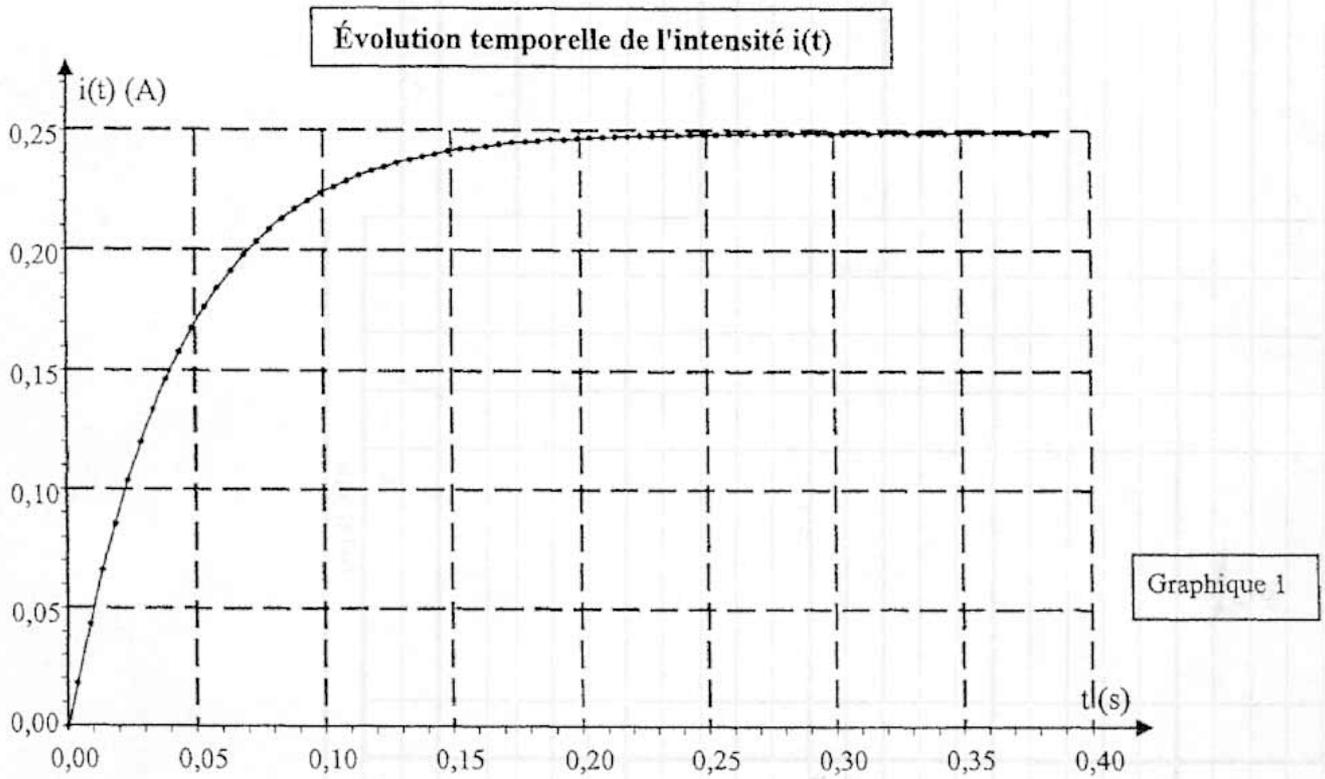
On réalise 3 autres expériences de façon analogue à l'expérience n°1 mais en faisant varier les conditions expérimentales (température, quantité de matière initiale des réactifs) suivant le tableau ci-dessous :

Quantité de matière (en mol)	Expérience n°1	Expérience n°2	Expérience n°3
Acide carboxylique	0,10	0,10	0,20
Menthol	0,10	0,10	0,10
Température ( °C)	70	20	70

On trace à nouveau les courbes  $n_{\text{ester formé}} = f(t)$  et on obtient les allures données en **ANNEXE 3 graphique B** :

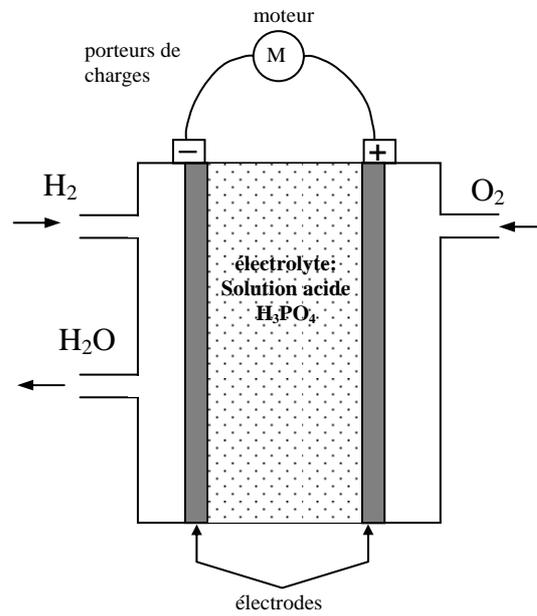
Attribuer, en justifiant votre réponse, les courbes a, b et c aux conditions expérimentales 1, 2 et 3.

ANNEXE 1 A rendre avec la copie

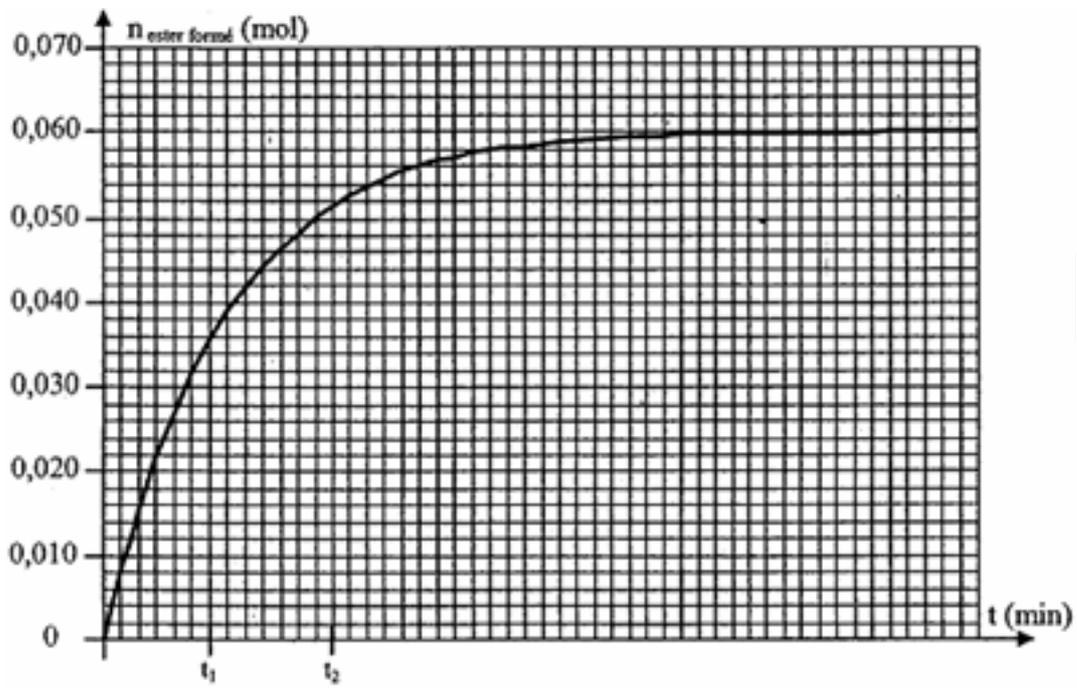


**Annexe 2 A rendre avec la copie**

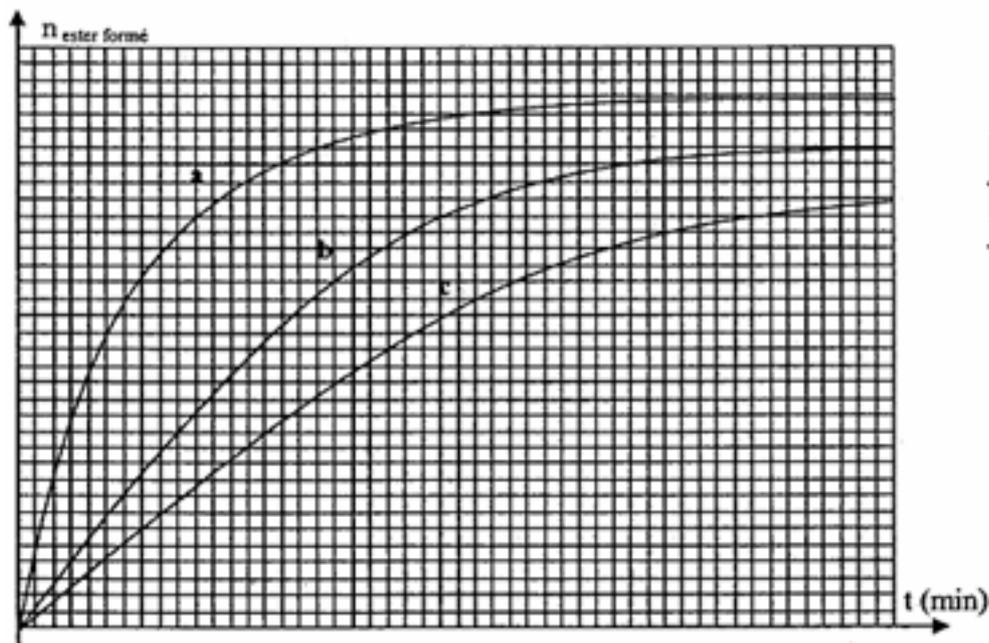
*Schéma de la pile à combustible*



**ANNEXE 3 A rendre avec la copie**



Graphique A



Graphique B

Équation		..... + ROH = .....			
État	Avancement	Quantités de matière			
Initial	0				
Intermédiaire	x				
Final	x <sub>f</sub>				