

$$\text{ssi } \vec{AM} = (\alpha + \beta) \vec{AA'} + \alpha \vec{AB} + \beta \vec{AC}$$

$$\text{ssi } (\alpha + \beta - 1) \vec{MA} + \alpha \vec{MB} + \beta \vec{MC} = \vec{0}.$$

$\alpha + \beta - 1 + \alpha + \beta = 1 \neq 0$ donc M est le barycentre de $\{(A; 1-\alpha-\beta), (B; \alpha), (C; \beta)\}$

- Si M est le barycentre de $\{(A; \alpha), (B; \beta), (C; \gamma)\}$

avec $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$

$$\text{alors } \alpha \vec{MA} + \beta \vec{MB} + \gamma \vec{MC} = \vec{0}$$

$$\text{i.e. } \alpha \vec{MA} + \beta \vec{AA'} + \beta \vec{AB} + \gamma \vec{MA} + \gamma \vec{AC} = \vec{0}$$

$$\text{i.e. } (\alpha + \beta + \gamma) \vec{MA} = -\beta \vec{AB} + \gamma \vec{AC}$$

$$\text{i.e. } \vec{AM} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \vec{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \vec{AC} \text{ car } \alpha + \beta + \gamma \neq 0$$

donc M appartient au plan (ABC).