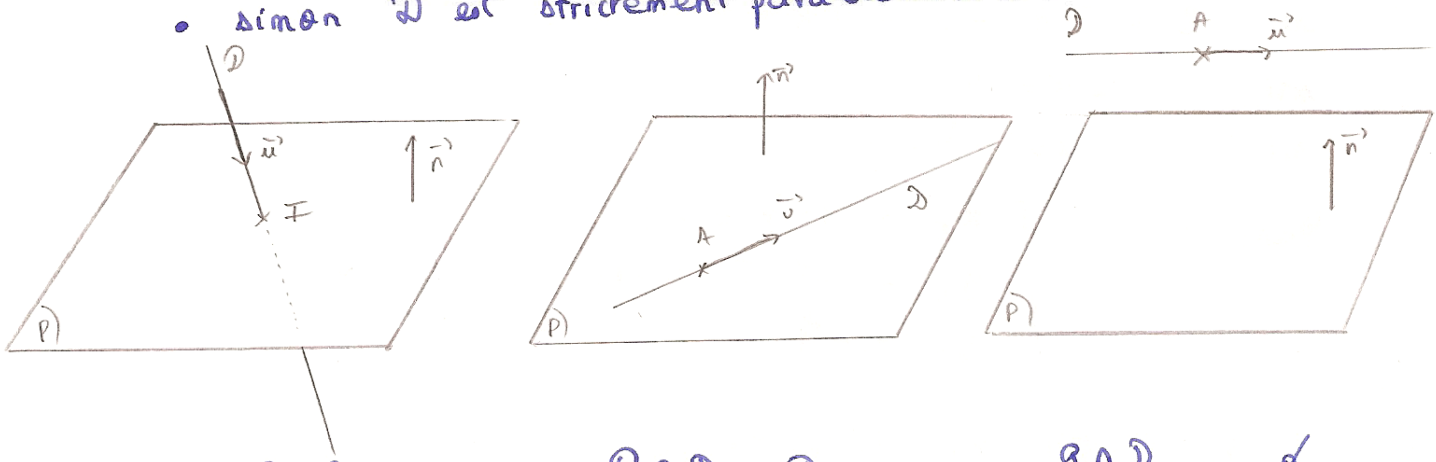
IV. Intersection d'une droite et d'un plan

Propriété :

- On considère :
  - une droite $\mathcal{D}$ passant par un point A de vecteur directeur $\vec{u}$.
  - un plan $\mathcal{P}$ de vecteur normal $\vec{n}$.

  Si $\vec{u}$ et $\vec{n}$ ne sont pas orthogonaux alors $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants.

  Si $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux :
  - si $A \in \mathcal{P}$, alors $\mathcal{D}$ est incluse dans $\mathcal{P}$.
  - sinon $\mathcal{D}$ est strictement parallèle à $\mathcal{P}$.



$\mathcal{P} \cap \mathcal{D} = \{I\}$ $\qquad$ $\mathcal{P} \cap \mathcal{D} = \mathcal{D}$ $\qquad$ $\mathcal{P} \cap \mathcal{D} = \emptyset$

- Dans un RON, on considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation $ax + by + cz + d = 0$, la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = x_A + \alpha k \\ y = y_A + \beta k \\ z = z_A + \gamma k \end{cases}$$

La droite et le plan sont sécants si $a\alpha + b\beta + c\gamma \neq 0$.

Exemple :

$\mathcal{D}$ est définie par $A(1; -5; 0)$ et $\vec{u}(1; 2; 1)$

et $\mathcal{P}$ par $2x + y - 5z = 1$ donc $\vec{n}(2; 1; -5)$ est normal à $\mathcal{P}$.

- $\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 + 2 - 5 \neq 0$ donc $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants en un point I.
- $\mathcal{D}$ a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + k \\ y = -5 + 2k \\ z = k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$$