

BAC BLANC DE MATHÉMATIQUES

La clarté des raisonnements, la qualité de la rédaction et de la présentation interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Les exercices seront faits sur des copies séparées.

Exercice 1 (3 points) Questions de cours

Prérequis : La fonction exponentielle, notée \exp a les trois propriétés suivantes :

1°) \exp est dérivable sur \mathbb{R} .

2°) Sa fonction dérivée, notée \exp' , est telle que pour tout nombre réel x , $\exp'(x) = \exp(x)$.

3°) $\exp(0) = 1$.

En n'utilisant que ces trois propriétés de la fonction \exp , démontrer successivement que :

1°) Pour tout nombre réel x , $\exp(x)\exp(-x) = 1$.

2°) Pour tous nombres réels a et b , $\exp(a+b) = \exp(a)\exp(b)$.

(on pourra introduire la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \exp(a+x)\exp(-x)$).

3°) Pour tout nombre réel a , et pour tout entier naturel n , $\exp(na) = (\exp(a))^n$.

Exercice 2 (4 points) QCM

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse inexacte enlève 0,5 point. Le candidat peut décider de ne pas répondre à certaines de ces questions. Ces questions ne rapportent alors aucun point, et n'en enlèvent aucun.

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.

Le candidat doit recopier la bonne réponse sur la copie. Aucune justification n'est demandée.

1°) La solution f de l'équation différentielle $y' - 2y = 4$ dont la courbe représentative C_f passe par le point de coordonnées $(1; 2)$ est :

a) $f(x) = 3e^{2x-4} - 2$ b) $f(x) = 2$ c) $f(x) = 4e^{2x-2} - 2$ d) $f(x) = e^{2x} - 2$

2°) Une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y' = -y + e^{2x}$ est :

a) $f(x) = e^{-x} + e^{2x}$ b) $f(x) = e^{-x} - e^{2x}$ c) $f(x) = e^{-x} + \frac{1}{3}e^{2x}$ d) $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

3°) On pose le changement de variable $z = y - x$. On suppose que y vérifie l'équation différentielle $(E) : y' + y = x + 1$, où y est une fonction de la variable réelle x .

Alors z vérifie l'équation différentielle (E') suivante :

a) $z' + z = 1$ b) $z' + z = 0$ c) $z' + z = -x + 1$ d) $z' + z = 2x + 2$

4°) On considère l'équation différentielle $y' = 2y - 6$. Choisir parmi les affirmations suivantes celle qui est vraie :

a) Les courbes représentatives des fonctions solutions ont une asymptote verticale.

b) Les courbes représentatives des fonctions solutions ont pour asymptote la droite d'équation $y = 3$.

c) En chaque point d'abscisse 2, les tangentes aux courbes solutions sont parallèles.

d) Toutes les solutions passent par le point de coordonnées $(0; -6)$.