

1. a. Sachant que le composant est défectueux, on cherche la probabilité qu'il vive plus de t heures,

$$\text{c'est-à-dire } P(T_1 \geq t) = 1 - \int_0^t \lambda_1 \exp(-\lambda_1 x) dx = \exp(-\lambda_1 t).$$

$$\text{Pour } t = 1000 \text{ on a } P(T_1 \geq 1000) = e^{-0,5} \approx 0,61.$$

b. De même $P(T_2 \geq 1000) = 1 - \int_0^{1000} \lambda_2 \exp(-\lambda_2 x) dx = \exp(-\lambda_2 \times 1000) = e^{-0,1} \approx 0,90.$

2. On a $(T \geq t) = (D \cap (T_1 \geq t)) \cup (\bar{D} \cap (T_2 \geq t))$. Ces événements sont incompatibles donc (formule des probabilités totales) on obtient $P(T \geq t) = P(D \cap (T \geq t)) + P(\bar{D} \cap (T \geq t))$ ou encore

$$P(T \geq t) = P_D(T \geq t) \times P(D) + P_{\bar{D}}(T \geq t) \times P(\bar{D})$$

$$= P(T_1 \geq t) \times P(D) + P(T_2 \geq t) \times P(\bar{D})$$

$$= 0,02 \exp(-5 \cdot 10^{-4} t) + 0,98 \exp(-10^{-4} t).$$

3. La probabilité que le composant soit défectueux sachant qu'il marche encore après 1 000 h est

$$P_{(T \geq 1000)}(D) = \frac{P(D \cap T \geq 1000)}{P(T \geq 1000)} = \frac{P(T_1 \geq 1000) \times P(D)}{P(T \geq 1000)} =$$

$$\frac{0,02 \exp(-5 \cdot 10^{-4} \cdot 1000)}{0,02 \exp(-5 \cdot 10^{-4} \cdot 1000) + 0,98 \exp(-10^{-4} \cdot 1000)} \approx 0,01.$$